



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

1. Em uma agência bancária cinco caixas atendem os clientes em fila única. Suponha que o atendimento de cada cliente demora exatamente 3 minutos e que o caixa 1 atende o primeiro da fila ao mesmo tempo em que o caixa 2 atende o segundo, o caixa 3 o terceiro e assim sucessivamente.

a) Em que caixa será atendido o sexagésimo oitavo cliente da fila?

b) Quantos minutos depois da abertura dos caixas será iniciado o atendimento desse mesmo sexagésimo oitavo cliente?

2. As pessoas A, B, C e D possuem juntas R\$2.718,00. Se A tivesse o dobro do que tem, B tivesse a metade do que tem, C tivesse R\$10,00 a mais do que tem e, finalmente, D tivesse R\$10,00 a menos do que tem então todos teriam a mesma importância. Quanto possui cada uma das quatro pessoas?

3. Sabe-se que um número natural escrito na base 10 como $\dots a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$ é divisível por 11 se, e somente se, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \dots$ for um número divisível por 11.

a) Aplique o critério acima para mostrar que o número natural escrito na base 10 como 123456789 não é divisível por 11.

b) Qual o menor número natural que devemos subtrair do número 123456789 para que a diferença seja um número divisível por 11?

4. A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é de 40 anos. Se a média aritmética das idades das mulheres é de 35 anos e a dos homens é de 50 anos, qual o número de pessoas de cada sexo, no grupo?

5. O retângulo de uma Bandeira do Brasil, cuja parte externa ao losango é pintada de verde, mede 2m de comprimento por 1,40m de largura. Os vértices do losango, cuja parte externa ao círculo é pintada de amarelo, distam 17cm dos lados do retângulo e o raio do círculo mede 35cm. Para calcular a área do círculo use a fórmula $A = r^2 e$, para facilitar os cálculos, tome e como $\frac{22}{7}$.

a) Qual é a área da região pintada de verde?

b) Qual é a porcentagem da área da região pintada de amarelo, em relação à área total da Bandeira? Dê sua resposta com duas casas decimais depois da vírgula.

6. Os ciclistas A e B partem do ponto P(-1, 1) no mesmo instante e com velocidades de módulos constantes. O ciclista A segue a trajetória descrita pela equação $4y - 3x - 7 = 0$ e o ciclista B, a trajetória descrita pela equação $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. As trajetórias estão no mesmo plano e a unidade de medida de comprimento é o km. Pergunta-se:

a) Quais as coordenadas do ponto Q, distinto de P, onde haverá cruzamento das duas trajetórias?

b) Se a velocidade do ciclista A for de 20 km/h, qual deverá ser a velocidade do ciclista B para que cheguem no mesmo instante ao ponto Q?

7. Uma urna contém 50 bolas que se distinguem apenas pelas seguintes características:



UNICAMP

PRÓ-REITORIA DE AVALIAÇÃO

COORDENADORIA DE AVALIAÇÃO DE PROCESSOS DE ENSINO

- X delas são brancas e numeradas seqüencialmente com os números naturais de 1 a X.
 - X+1 delas são azuis e numeradas seqüencialmente com os número naturais de 1 a X+1.
 - X+2 delas são amarelas e numeradas seqüencialmente com os números naturais de 1 a X+2.
 - X+3 delas são verdes e numeradas seqüencialmente de 1 a X+3.
- a) Qual é o valor numérico de X?
- b) Qual a probabilidade de ser retirada, ao acaso, uma bola azul ou uma bola com o número 12?

8. Considere o sistema:

$$x + \frac{1}{2}(y + z) = p$$

$$y + \frac{1}{2}(x + z) = p$$

$$z + \frac{1}{2}(x + y) = p$$

- a) Mostre que se tal sistema tem solução (x, y, z) com x, y e z inteiros, então o parâmetro p é múltiplo inteiro de 17.
- b) Reciprocamente, mostre que se o parâmetro p for múltiplo inteiro de 17, então este sistema tem solução (x, y, z) com x, y e z inteiros.

9. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 1 metro e um dos ângulos agudos é o triplo do outro.

- a) Calcule os comprimentos dos catetos.
- b) Mostre que o comprimento do cateto maior está entre 92 e 93 centímetros.

10. O símbolo $C_{n,p}$ é definido por $\frac{n!}{p!(n-p)!}$ para $n \geq p$ com $0! = 1$. Estes números $C_{n,p}$ são inteiros e aparecem como coeficientes no desenvolvimento de $(a + b)^n$.

- a) Mostre que $C_{n,p-1} + C_{n,p} = C_{n+1,p}$.
- b) Seja $S = C_{n,0} + C_{n,1} + \dots + C_{n,n}$. Calcule $\log_2 S$.

11. Um triângulo equilátero, inscrito em uma circunferência de centro na origem, tem como um de seus vértices o ponto do plano associado ao número complexo $\sqrt{3} + i$.

- a) Que números complexos estão associados aos outros dois vértices do mesmo triângulo? Faça a figura desse triângulo.
- b) Qual a medida do lado desse triângulo?

12. Seja $p(x) = x^3 - 12x + 16$.

- a) Verifique que $x = 2$ é raiz de $p(x)$.
- b) Use fatoração para mostrar que se $x > 0$ e $x \neq 2$, então $p(x) > 0$.
- c) Mostre que, entre todos os prismas retos de bases quadradas que têm volume igual a $8m^3$, o cubo é o que tem menor área total.



UNICAMP

UNIVERSIDADE DE CAMPINAS
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS (CCTEX)