



SISTEMA
ACAFE

Vestibular de VERÃO 2019

Edital N. 02/2018/ACAFE
18/11/2018

A
PROVA DE MEDICINA

Instruções

1. Confira se o nome impresso no Cartão Resposta corresponde ao seu, e se as demais informações estão corretas. Caso haja qualquer irregularidade, comunique imediatamente ao fiscal. Assine no local indicado.
2. Verifique se o número de inscrição constante da Folha de Redação está correto. Em caso de divergência, notifique imediatamente o fiscal.
3. A prova é composta por 01 (uma) redação e 63 (sessenta e três) questões objetivas, de múltipla escolha, com 04 (quatro) alternativas de resposta - A, B, C, D - das quais, somente 01 (uma) deverá ser assinalada como correta. Confira a impressão e o número das páginas do Caderno de Questões. Caso necessário solicite um novo caderno.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas para o Cartão Resposta utilizando caneta esferográfica, tubo transparente, com tinta indelével, de cor preta.
5. Não serão prestados quaisquer esclarecimentos sobre as questões das provas durante a sua realização. O candidato poderá, se for o caso, interpor recurso no prazo definido pelo Edital.
6. O texto produzido deverá ser transcrito na íntegra para a Folha de Redação Personalizada com caneta esferográfica, tubo transparente, com tinta indelével, de cor preta.
7. O Cartão Resposta e a Folha de Redação não serão substituídos em caso de marcação errada, rasura ou destaque inadequado.
8. Não será permitido ao candidato manter em seu poder qualquer tipo de equipamento eletrônico ou de comunicação, mesmo que desligado devendo ser colocados **OBRIGATORIAMENTE** no saco plástico. Caso essa exigência seja descumprida, o candidato será excluído do concurso.
9. Todo material deve ser acomodado em local a ser indicado pelos fiscais de sala de prova.
10. Também não será permitida qualquer tipo de consulta (livros, revistas, apostilas, resumos, dicionários, cadernos, anotações, régua de cálculo, etc.), ou uso de óculos escuros, protetor auricular ou quaisquer acessórios de chapelaria (chapéu, boné, gorro, lenço ou similares), ou o porte de qualquer arma. O não cumprimento dessas exigências implicará na eliminação do candidato.
11. Somente será permitida a sua retirada da sala após quatro horas do início da prova que terá, no máximo, cinco horas de duração. Os três últimos candidatos deverão permanecer em sala até que todos conclua a prova e possam sair juntos.
12. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo de transcrição para o Cartão Resposta e Folha de Redação Personalizados é de cinco horas.
13. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao fiscal de sala.
14. Aguarde autorização para entregar o Caderno de Questões, o Cartão Resposta e Folha de Redação.

Diante de qualquer dúvida você deve comunicar-se com o fiscal de sala.

DURAÇÃO DA PROVA: 5 horas

MATEMÁTICA

22) Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa que contém **todas** as **corretas**.

☐ I Se $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-3}}$ e $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$ são funções, então $f(x) = g(x)$.

☐ II Se a função $h(x) = (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$ é negativa para todo $x \in (a, b)$, então $2a + 3b = -3$.

☐ III Existem valores reais de m tais que a função $f(x) = (m + 1)x^2 - 2mx + m$ tem raízes reais e assume um valor máximo.

☐ IV Se $g(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 + 4, & \text{se } x > 0 \end{cases}$, então $((g \circ g) \circ g)(1) > 0$.

☐ V Se $A = \{x \in \mathbb{R}; x^2 - 9 \leq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z}; -3 \leq x \leq 3\}$, então $A = B$.

A $\Rightarrow$ II - V

B $\Rightarrow$ II - IV

C $\Rightarrow$ I - III - V

D $\Rightarrow$ II - III

Alternativa correta:

I – **Incorreta:** $\text{Dom}(f) \neq \text{Dom}(g)$.

II – **Correta:**

$h(x) < 0$ quando $(x+3)(x-1) < 0$, dado que $(x^2+1) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Resolvendo a inequação $(x+3)(x-1) < 0$ obtemos $x \in (-3,1)$. Assim, $h(x) < 0$ para $x \in (-3,1)$. Logo, $2a+3b = 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 1 = -3$.

III – Correta:

Para função assumir valor máximo, $m+1 < 0$, isto é, $m < -1$.

E para função ter raízes reais, $\Delta \geq 0$, ou seja,

$$4m^2 - 4(m+1)m \geq 0$$

$$4m^2 - 4m^2 - 4m \geq 0$$

$$m \leq 0$$

Então $m < -1$ e $m \leq 0$.

Logo, para $m < -1$ a função possui raízes reais e assume valor máximo.

IV – Incorreta:

$$((g \circ g) \circ g)(1) = (g \circ g)(g(1)) = (g \circ g)(3) = g(g(3)) = g(-5) = -4 < 0.$$

V – Incorreta:

$$A = \{x \in \mathbb{R}; x^2 - 9 \leq 0\} = [-3,3] \text{ e } B = \{x \in \mathbb{Z}; -3 \leq x \leq 3\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}. \text{ Logo, } A \neq B.$$

23) Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa **correta**.

A $\Rightarrow$ A equação $x^3 + 2x^2 + 3 = 0$ possui pelo menos uma raiz irracional.

Alternativa correta.

Dado que o grau da equação é ímpar existe pelo menos uma raiz real. Como $x^3 + 2x^2 + 3 = 0$ possui coeficientes inteiros, se existir raiz racional $\frac{p}{q}$ então p é divisor de 3 e q é divisor de 1. Assim, as possíveis raízes reais racionais serão 1, -1, 3, -3. Como nenhuma delas é raiz, então existe uma raiz real irracional.

B $\Rightarrow$ O resto da divisão de $p(x) = x^{15} - 3x^4 + 2x + 3$ por $q(x) = x + 1$ é 3.

Incorreta.

Temos que o resto da divisão de $p(x)$ por $(x-a)$ é igual a $p(a)$. Se $p(x) = x^{15} - 3x^4 + 2x + 3$ e $q(x) = x + 1$ então $p(-1) = (-1)^{15} - 3(-1)^4 + 2(-1) + 3 = -3$.

C $\Rightarrow$ Se $p(x) = x^3 + 5x^2 + ax + b$ é divisível por $x + 1$ e o quociente dessa divisão é um polinômio com raiz dupla então a e b são primos entre si.

Incorreta. Como $p(x)$ tem raiz dupla e (-1) é raiz, podemos escrever $x^3 + 5x^2 + ax + b = (x-c)^2 \cdot (x+1) = x^3 + (1-2c)x^2 + (c^2-2c)x + c^2$.

Da igualdade de polinômios, segue que

$$\begin{cases} 1-2c = 5 \\ c^2 - 2c = a \\ c^2 = b \end{cases}$$

Resolvendo o sistema temos $a = 8$, $b = 4$, $c = -2$.

Logo, $\text{mdc}(4,8) = 4$.

D $\Rightarrow$ Se $\frac{2x}{x^3-2x^2+4x-8} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$, então $A+B-C=1$.

Incorreta

$$\frac{2x}{x^3-2x^2+4x-8} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$$

$$2x = A(x^2+4) + (Bx+C)(x-2)$$

$$2x = (A+B)x^2 + (C-2B)x + (4A-2C)$$

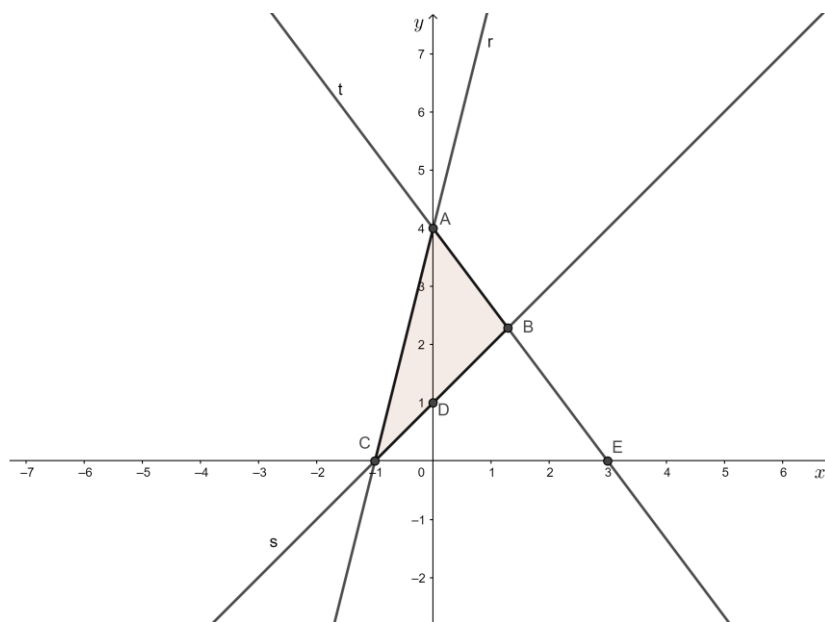
Da igualdade de polinômios, segue que

$$\begin{cases} A+B=0 \\ C-2B=2 \\ 4A-2C=0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema temos $A=\frac{1}{2}$, $B=-\frac{1}{2}$, $C=1$.

Portanto, $A+B-C=-1$.

24) Observe a figura, analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa **correta**.



A $\Rightarrow$ A distância da reta S ao ponto A é $3\sqrt{2}$ unidades de comprimento .

Incorreta

A distância entre o ponto $P=(x_0, y_0)$ e a reta r de equação $ax+by+c=0$ é dada por $d(P, r) = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Então, $d(A, s) = \frac{|1 \cdot 0 - 1 \cdot 4 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ unidades de comprimento

B $\Rightarrow$ A região sombreada da figura representa os pontos (x, y) que satisfazem simultaneamente as desigualdades $4x-y+4 \geq 0$, $x-y+1 \geq 0$ e $4x+3y-12 \leq 0$.

Incorreta.

Os pontos da região sombreada satisfazem o sistema

$$\begin{cases} 4x - y + 4 \geq 0 \\ x - y + 1 \leq 0 \\ 4x + 3y - 12 \leq 0 \end{cases}.$$

C $\Rightarrow$ A área do triângulo A, B e C é $\frac{48}{7}$ unidades de área.

Incorreta

Para encontrar a área do triângulo A, B e C , vamos inicialmente encontrar o ponto B .

Temos, $\{B\} = s \cap t$. Então $\begin{cases} x - y = -1 \\ 4x + 3y = 12 \end{cases}$.

Resolvendo o sistema encontramos $x = \frac{9}{7}$ e $y = \frac{16}{7}$. Logo, $B = \left(\frac{9}{7}, \frac{16}{7}\right)$.

A área do triângulo é dada por $A = \frac{1}{2}|D|$, sendo $D = \det \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ \frac{9}{7} & \frac{16}{7} & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{48}{7}$.

Portanto, $A = \frac{24}{7}$ unidades de área.

D $\Rightarrow$ A soma dos coeficientes angulares das retas r, s e t é $\frac{11}{3}$.

Alternativa correta:

Identificando as retas:

A reta r passa pelos pontos $A = (0, 4)$ e $C = (-1, 0)$, então a equação da reta r é $y = 4x + 4$.

A reta s passa pelos pontos $C = (-1, 0)$ e $D = (0, 1)$, então a equação da reta s é $y = x + 1$.

A reta t passa pelos pontos $A = (0, 4)$ e $E = (3, 0)$, então a equação da reta s é $y = -\frac{4}{3}x + 4$.

$$m_r + m_s + m_t = 4 + 1 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}.$$

25) Considere a função $f(x) = \log_2 x$, analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa correta.

A $\Rightarrow$ Se $f(x+y) = -4$ e $x^2 - y^2 = 32$ então $f(x-y) = 9$.

Alternativa correta:

$$\begin{aligned} f(32) = f(x^2 - y^2) &\Rightarrow \log_2 32 = \log_2 (x^2 - y^2) \\ &\Rightarrow \log_2 2^5 = \log_2 [(x+y)(x-y)] \\ &\Rightarrow 5 = \log_2 (x+y) + \log_2 (x-y) \\ &\Rightarrow 5 = f(x+y) + f(x-y) \\ &\Rightarrow f(x-y) = 5 + 4 = 9 \end{aligned}$$

B $\Rightarrow f$ é crescente para $x \in [0, +\infty)$.

Incorreta: $0 \notin \text{Dom}(f)$.

C $\Rightarrow$ Existem dois valores $x \in \text{Dom}(f)$ tais que $f(x^2) = 2$.

Incorreta: existe um único $x \in \text{Dom}(f)$ tal que $f(x^2) = 2$. De fato:

$$\begin{aligned}f(x^2) = 2 &\Rightarrow \log_2 x^2 = 2 \\&\Rightarrow 2 \log_2 x = 2 \\&\Rightarrow \log_2 x = 1 \\&\Rightarrow x = 2\end{aligned}$$

D $\Rightarrow$ A função f é bijetora e sua inversa é definida por $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Incorreta: f é bijetora e $f^{-1}(x) = 2^x$.

=====

26) O proprietário de um cinema está organizando as poltronas para um evento especial. Para atender a demanda desse evento, serão necessárias 540 poltronas.

Em função da estrutura da apresentação do evento, foi solicitado que as poltronas fossem distribuídas da seguinte forma: 8 poltronas na primeira fila, 12 poltronas na segunda fila, 16 na terceira fila, e assim por diante.

Com base nessas informações, é **correto** afirmar:

A $\Rightarrow$ A soma das poltronas da primeira e oitava filas é diferente do número de poltronas da décima fila.

Incorreta: $a_1 + a_8 = 8 + 4 + 4 \cdot 8 = 44 = a_{10}$.

B $\Rightarrow$ Seguindo a distribuição solicitada, a décima fila terá mais de 44 poltronas.

Incorreta: A décima fila terá exatamente $a_{10} = 4 + 4 \cdot 10 = 44$ poltronas.

C $\Rightarrow$ Serão necessárias 20 filas para organizar as 540 poltronas de acordo com a solicitação do evento.

Incorreta: Serão necessárias 15 filas para organizar as 540 poltronas de acordo com solicitação do evento.

D $\Rightarrow$ Seguindo a distribuição solicitada, a última fila será composta de 64 poltronas.

Alternativa correta: Das informações do problema identificamos uma P.A. com razão $r = 4$, primeiro termo $a_1 = 8$ e soma de n termos $S_n = 540$.

Vamos encontrar o número de termos da P.A. e o termo geral.

Temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_n = 8 + (n-1)4$$

$$a_n = 4 + 4n$$

e

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$540 \cdot 2 = (8 + 4 + 4n)n$$

$$4n^2 + 12n - 1080 = 0$$

$$n^2 + 3n - 270 = 0$$

Resolvendo a equação quadrática, encontramos $n = 15$.

Serão necessárias 15 filas para alocar as 540 poltronas. Dessa forma, a última fila terá $a_{15} = 4 + 4 \cdot 15 = 64$ poltronas.

=====

27) Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa **correta**.

A $\Rightarrow$ O tempo necessário para que um capital aplicado à taxa de 2% ao mês, no sistema de juros compostos, dobre o seu valor é $\frac{1}{\log(1,02)}$ meses.

Incorreta: Temos que

$$M = C(1+i)^n$$

$$2C = C(1+0,02)^n$$

$$2 = 1,02^n \text{ (aplicando logaritmo na base 2)}$$

$$\log_2 2 = \log_2 1,02^n$$

$$n = \frac{1}{\log_2 1,02} \text{ meses}$$

B $\Rightarrow$ Maria, Joana e Marta gostam de sair juntas para tomar café. As três amigas foram à cafeteria de um pequeno Centro Comercial que vende um único tipo de pão de queijo e um único tipo de café, porém saborosos. Maria pediu dois pães de queijo e um café, Joana pediu um pão de queijo e dois cafés e Marta pediu dois cafés e dois pães de queijo. Se Maria pagou R\$ 14,00, Joana pagou R\$ 18,00 e Marta R\$ 22,00, então, as três amigas pagaram os valores corretos.

Incorreta: Para saber se as amigas pagaram os valores corretos, devemos encontrar os preços do pão de queijo e do café.

Se x - representa o preço do pão de queijo e

y - representa o preço do café, então

$$\begin{cases} 2x + y = 14 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 18 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 22 & (3) \end{cases}$$

Das equações (2) e (3) temos $18 = 11$, um absurdo. Logo, o sistema não tem solução.

C $\Rightarrow$ Se um feirante comprou 100kg de maracujá por R\$ 200,00, vendeu 50kg com lucro de 60%, 30kg com lucro de 30% e 20kg pelo preço de custo, então o lucro total foi de 39%.

Alternativa correta: Se 100kg de maracujá custou R\$ 200,00, então o custo de 1kg é R\$ 2,00.

$$\text{Receita} = 50 \cdot \left(2 + 2 \cdot \frac{60}{100} \right) + 30 \cdot \left(2 + 2 \cdot \frac{30}{100} \right) + 20 \cdot 2$$

$$= 50 \cdot (3,2) + 30 \cdot (2,6) + 40$$

$$= 160 + 78 + 40 = 278$$

$$\text{Portanto, o lucro em percentual é } \frac{278 - 200}{200} = 0,39 = 39\%.$$

D $\Rightarrow$ O valor da expressão $\frac{-2^7 \cdot (8^{-2})^3 \cdot (-10)^2}{4^3 \cdot (\sqrt{20})^4}$ é $\frac{-1}{2^{18}}$.

Incorreta: O valor da expressão é

$$-\frac{2^7 \cdot (8^{-2})^3 \cdot (-10)^2}{4^3 \cdot (\sqrt{20})^4} = -\frac{2^7 \cdot [(2^3)^{-2}]^3 \cdot 5^2 \cdot 2^2}{(2^2)^3 \cdot \left(20^{\frac{1}{2}}\right)^4} = -\frac{2^9 \cdot 2^{-18} \cdot 5^2}{2^6 \cdot 20^2}$$

$$= -\frac{2^{-9} \cdot 5^2}{2^6 \cdot 4^2 \cdot 5^2} = -\frac{1}{2^{15} \cdot (2^2)^2} = -\frac{1}{2^{19}}$$

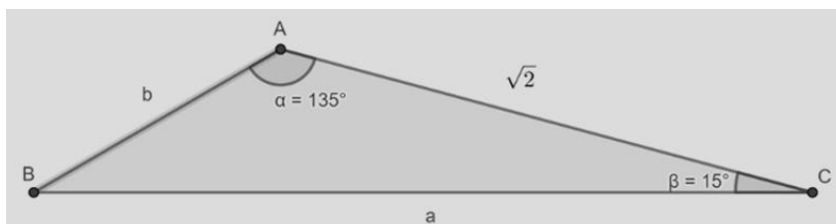
=====

28) Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa **correta**.

A $\Rightarrow$ Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \cos(3x+2)$, então, o período é $\frac{3\pi}{2}$.

Incorreta: o período é $\frac{2\pi}{3}$.

B $\Rightarrow$ Na figura abaixo, os pontos A, B e C representam a cidade, a escola e a casa de Maria, respectivamente. O caminho mais curto da casa de Maria até a escola possui uma ponte. Em função das fortes chuvas que caíram na região, a ponte sofreu avarias e está com problemas estruturais. Por questão de segurança, enquanto a ponte não for restaurada, Maria deverá percorrer o caminho mais longo para ir à escola. As distâncias entre os pontos são expressas em quilômetros. Sabe-se que $b < a$.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, para Maria chegar à escola sem atravessar a ponte, deverá percorrer $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1) \text{ km}$.

Alternativa correta: Para Maria chegar à escola, sem atravessar a ponte, deverá percorrer a distância $(\sqrt{2} + b) \text{ km}$

Vamos determinar b .

Da Lei dos Senos podemos escrever $\frac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 15^\circ} = \frac{a}{\sin 135^\circ}$.

Temos que $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ e

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) =$$

$$\sin(45^\circ) \cdot \cos(30^\circ) - \sin(30^\circ) \cdot \cos(45^\circ) =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$$

Então,

$$\frac{b}{\sin 15^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}$$

$$\frac{b}{\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow b = \sqrt{3} - 1.$$

Portanto, a distância é $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1) \text{ km}$

C $\Rightarrow$ Se $A = \{x \in \mathbb{R}; x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$ e $g: A \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \text{tg} x$, então, a função g é sobrejetora e par.

Incorreta:

$\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ e assim sobrejetora. Contudo g é ímpar, pois $-g(-x) = -\text{tg}(-x) = -\frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \text{tg}(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

D $\Rightarrow$ A soma dos ângulos das faces de um dodecaedro é 2160° .

Incorreta: a soma dos ângulos das faces de um dodecaedro é dada por:

$$S = (V - 2) \cdot 360^\circ$$

$$S = (20 - 2) \cdot 360^\circ = 6480^\circ$$