

Prova 3 – Matemática

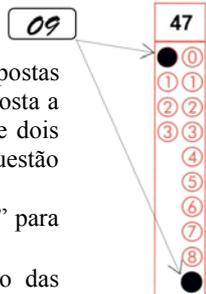
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9h.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação e verifique se as matérias correspondem àquelas relacionadas na etiqueta fixada em sua carteira. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos com lentes escuras, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova. Ou seja, você só poderá deixar a sala de provas após as 11h30min.
- Preenchimento da Folha de Respostas: no caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09, que corresponde à soma das alternativas corretas 01 e 08.
- ATENÇÃO:** não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período o “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas neste Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – VERÃO 2018

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

MATEMÁTICA – Formulário

<p align="center">Geometrias Plana, Espacial e Analítica</p>	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Área do círculo $A = \pi r^2$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{1}{3} A \cdot h$</p> $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$	<p>Área da esfera: $A = 4\pi r^2$</p> <p>Volume da esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$</p> <p>Volume do tronco de pirâmide de base quadrada:</p> $V = \frac{1}{3}h(L^2 + Ll + l^2)$ <p>Volume do tronco de cone: $V = \frac{1}{3}h\pi(R^2 + Rr + r^2)$</p> <p>Equações reduzidas da parábola:</p> $(y - y_v)^2 = \pm 2p(x - x_v) \text{ ou } (x - x_v)^2 = \pm 2p(y - y_v)$ <p>Equação da reta dado o coeficiente angular e um ponto: $(y - y_0) = m(x - x_0)$</p>
<p align="center">Funções</p>	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$	
<p align="center">Progressões</p>	<p>Progressão Aritmética (PA):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (PG):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	
<p align="center">Probabilidade</p>	<p>Probabilidade condicional: $P(A \cap B) = P(A)P(B A)$</p> <p>Probabilidade da união: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p>	

Questão 01

Considere os números $a = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^3$, $b = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^4$ e $c = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7^4$. Assinale o que for **correto**.

- 01) a, b e c são números irracionais.
- 02) $\frac{c}{a}$ é um número inteiro e composto.
- 04) $\text{mmc}(a, b) = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^4$.
- 08) c é divisível por b .
- 16) a e c são números pares.

Questão 02

Em relação às funções $f(x) = x^2 - 7x + 12$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ e $h(x) = -x + 3$, assinale o que for **correto**.

- 01) $g(5) < f(1)$.
- 02) Para todo $x \in \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) \cap \text{Dom}(h)$, temos $f(x) = (g(x))^2 + 7h(x)$.
- 04) O gráfico de $f(x)$ é uma parábola com concavidade voltada para cima, e seu ponto de mínimo é $\left(\frac{7}{2}, \frac{-1}{4}\right)$.
- 08) $h(x)$ é crescente em todo seu domínio.
- 16) $\mathbb{R} - \text{Dom}(g) =]-3, 3[$.

Questão 03

Considere, no plano cartesiano, uma reta r e uma parábola \wp que se interceptam nos pontos de coordenadas $(0, 2)$ e $(4, 10)$. Sabendo que o eixo de simetria da parábola é uma reta vertical e que o ponto de coordenadas $(2, -2)$ pertence a ela, assinale o que for **correto**.

- 01) O ponto de coordenadas $(-1, 0)$ pertence a r .
- 02) A parábola \wp não intercepta o eixo das abscissas.
- 04) Nenhum ponto do terceiro quadrante do plano pertence a \wp .
- 08) O ponto de coordenadas $(1, -2)$ pertence a \wp .
- 16) Sendo P o ponto de interseção da reta vertical de equação $x = 1$ com \wp e sendo Q o ponto de interseção dessa mesma reta com r , temos que a distância entre P e Q é igual a 6u.c.

Questão 04

Rascunho

O preço dos produtos no mercado varia de acordo com a procura. A função que descreve o preço P (em reais) de uma bermuda em função do mês t do ano é dada por $P(t) = 80 + 20\text{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)$. Suponha que os meses sejam enumerados de 1 a 12, e que janeiro é o mês 1. Assinale o que for **correto**.

- 01) $\text{Dom}(P) = \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$.
 02) Em fevereiro a bermuda custa R\$80,00.
 04) Existem três meses no ano em que a bermuda custa R\$80,00.
 08) O preço mínimo de uma bermuda ocorre no mês de junho.
 16) O melhor preço de venda ocorre em apenas um mês do ano.

Questão 05

Sejam f e g funções reais tais que $f(x-1) = 2x+1$ e $g(x+1) = x-3$, para todo x real. Assinale o que for **correto**.

- 01) $f(2)$ é um número primo.
 02) A solução de $g(x) = -4$ é um número positivo.
 04) f é uma função injetora.
 08) $(g \circ f)(x) = 2x-1$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
 16) Existem números reais a e b tais que $g(a) + g(b) = g(a+b)$.

Questão 06

Assinale o que for **correto**.

- 01) Se $p(x)$ e $q(x)$ são polinômios de grau m , então $p(x) + q(x)$ tem grau m .
 02) A soma e o produto das raízes do polinômio $p(x) = x^4 - 7x^3 + 6x^2$ pertencem ao intervalo $[0, 10]$.
 04) Ao dividirmos um polinômio de grau positivo e par por um polinômio de grau ímpar inferior ao do primeiro, obteremos um quociente de grau ímpar.
 08) Se $p(x) = ax^4 - 3x^3 + bx + 1$ e $q(x) = -x^3 + ax^2 + bx + 2$ são tais que $p(-1) = 2$ e $q(1) = 5$, então $a^2 - b^2 \geq 0$.
 16) Para todo $n \in \mathbb{N}, n \neq 0$, $x^{n+1} - 1$ não é divisível por $x - 1$.

Questão 07

Rascunho

Assinale o que for **correto**.

- 01) Não existem números racionais no intervalo $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ da reta real.
- 02) Para quaisquer x e y reais, $|-2(x+y)| \leq 2(|x|+|y|)$.
- 04) Se x e y são números reais para os quais $2018^x = 2018^y$, então $x = y$.
- 08) $2^{2018} \cdot 3^{2018} = 5^{2018}$.
- 16) Os únicos números racionais a e b satisfazendo $a\sqrt{5} - b\sqrt{7} = 0$ são $a = b = 0$.

Questão 08Assinale o que for **correto**.

- 01) $\overline{i+2} = i-2$.
- 02) O inverso de um número complexo z só é igual ao seu conjugado se $|z|=1$.
- 04) O módulo de um número complexo é igual à distância do ponto representado por esse número no plano complexo até a origem do plano.
- 08) A multiplicação de um número complexo de argumento igual a 1 por um número complexo de argumento igual a 2 resulta em um número complexo de argumento igual a 3.
- 16) $|(1+2i)^{100}| = ((5^5)^5)^2$.

Questão 09

Seja ABC um triângulo e considere M o ponto médio do lado AB , N o ponto médio do lado BC e P o ponto médio do lado AC . Assinale o que for **correto**.

- 01) O quadrilátero $AMNP$ é um paralelogramo.
- 02) Os triângulos ABC e MBN são congruentes.
- 04) Os triângulos ABC e NPM são semelhantes.
- 08) Os segmentos MP e BC são paralelos.
- 16) A soma das áreas dos triângulos APM , PCN e BMN é igual a menos de 70% da área do triângulo ABC .

Questão 10

Rascunho

Assinale o que for **correto**.

- 01) Se A é uma matriz quadrada satisfazendo $A = -A^t$, então todas as entradas da diagonal principal dessa matriz devem ser nulas.
- 02) $\det \left(2^{100} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 2^{100}$.
- 04) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.
- 08) Para quaisquer matrizes quadradas A e B , de mesma ordem, temos $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
- 16) A equação $\begin{bmatrix} x & y \\ x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ possui infinitas soluções.

Questão 11

Um copo de plástico sem tampa possui o formato de um tronco de cone circular reto; o círculo que constitui sua base possui raio 2cm, e o círculo que constitui a sua boca possui raio 5cm. Considere que o copo possui 7,2cm de altura e despreze a espessura dele. Assinale o que for **correto**.

- 01) Enchendo-se o copo até a metade da sua altura, ocupa-se a metade da sua capacidade.
- 02) A área total da parte de plástico do copo é menor do que 150cm^2 .
- 04) O volume de água colocado dentro desse copo é diretamente proporcional à altura do tronco de cone formado pela água dentro dele.
- 08) A capacidade total desse copo é maior do que a de um copo cilíndrico, com 8cm de altura, cujo raio da base mede 3cm.
- 16) A capacidade total do copo é superior a 270mL.

Questão 12Assinale o que for **correto**.

- 01) Se $\log_8 a = \frac{4}{3}$, $\log_8 b = \frac{5}{3}$ e $\log_8 c = 2$, então a , b e c formam uma PG de razão 2.
- 02) Se os raios de três esferas concêntricas são termos de uma PG de razão q , então seus volumes formam uma PG de razão q .
- 04) Se em uma PG (a_n) tivermos $a_6 = 8$ e $a_8 = 32$, então $a_1, a_2, a_3 \in [0, 1]$.
- 08) O trigésimo termo da PA $(-13, -9, -5, \dots)$ é -47 .
- 16) Entre 1 e 2018 há 336 múltiplos de 6.

Questão 13

Seja ABC um triângulo isósceles com base BC medindo 60cm e altura relativa a BC medindo 40cm. Suponha que nesse triângulo esteja inscrito um retângulo $DEFG$ da seguinte forma: D é um ponto sobre o segmento AB ; E e F estão sobre o segmento BC ; G é um ponto sobre o segmento AC . Assinale o que for **correto**.

- 01) A área do triângulo ABC é igual a $1,2m^2$.
- 02) O ângulo \hat{B} mede 60° .
- 04) Se M é o ponto médio de BC , então AM divide $DEFG$ em dois retângulos de mesma área.
- 08) O perímetro do triângulo ABC é igual a 1,6m.
- 16) Se D é o ponto médio de AB , então a área do quadrilátero $DEFG$ é igual a $600cm^2$.

Questão 14

Uma fábrica produz dois modelos de abajur. O do tipo I tem a base na forma de meia esfera maciça de raio medindo 20cm. Sua copa é de tecido e tem a forma de um tronco de pirâmide de altura 15cm, cujas bases são paralelas e têm formas de quadrados com lados medindo 10cm e 15cm. O do tipo II tem a base maciça na forma de um cubo, cujo lado mede 25cm. Sua copa de tecido tem a forma de um prisma reto de altura 15cm, cujas bases paralelas têm a forma de um triângulo equilátero de lado medindo 10cm. As duas copas são totalmente abertas nas partes superior e inferior. Assinale o que for **correto**.

- 01) Se as bases dos dois abajures forem do mesmo material, gasta-se mais material com a base de um abajur do tipo I do que com a base de um abajur do tipo II.
- 02) Gasta-se pelo menos $0,045m^2$ de tecido na copa de um abajur do tipo II.
- 04) O volume da copa de um abajur do tipo I é maior que $2.500cm^3$.
- 08) O mínimo de tecido necessário para revestir totalmente a base de um abajur de tipo I é $0,12\pi m^2$.
- 16) Cada diagonal de uma face da copa de um abajur do tipo II mede 325cm.

Questão 15

Assinale o que for **correto**.

- 01) Se r e s são retas perpendiculares a dois planos paralelos α e β , respectivamente, então r e s são paralelas.
- 02) Se r é uma reta que contém uma diagonal de uma face de um cubo e se s é uma reta que contém uma diagonal da face oposta do mesmo cubo, então r e s são paralelas.
- 04) Se α e β são planos perpendiculares, então toda reta de α é ortogonal a toda reta de β .
- 08) Dada uma reta e um ponto fora dela, existe um único plano que passa por tal ponto e é paralelo à reta dada.
- 16) Existem planos distintos que são paralelos a uma mesma reta.

Questão 16

A dança das cadeiras funciona assim: em cada rodada há uma cadeira a menos do que o número de pessoas que ficam caminhando em volta dessas cadeiras enquanto uma música é tocada. Quando a música é interrompida, todos devem procurar uma cadeira vaga para se sentar, e aquele que ficar sem cadeira é eliminado. A brincadeira prossegue até que reste uma única pessoa sentada, que é a vencedora. Carlos está brincando com seus 9 amigos, mas, como ele é bastante distraído, a probabilidade de ele ser eliminado em uma rodada é sempre o dobro da probabilidade de cada um dos demais ser eliminado. Considerando a situação descrita, assinale o que for **correto**.

- 01) A probabilidade de Carlos ser eliminado na primeira rodada é inferior a 20%.
- 02) A probabilidade de Carlos ser o vencedor da brincadeira é inferior a 2%.
- 04) Se Carlos chegar à última rodada, a probabilidade de ele ser o campeão é igual a 25%.
- 08) A probabilidade de que Carlos seja eliminado antes da quarta rodada é superior a 50%.
- 16) A probabilidade de que Carlos seja eliminado na segunda rodada é maior do que a probabilidade de que ele seja eliminado na primeira rodada.

Questão 17

A avaliação de uma disciplina semestral é realizada por meio da frequência do aluno e de três provas, cada uma valendo 10 pontos. A média semestral (MS) do aluno é obtida multiplicando-se a porcentagem de frequência que ele teve no curso pela média ponderada das notas dessas provas, sendo as duas primeiras com peso 3 e a terceira com peso 4. Um exemplo: caso ele tenha frequentado 90% das aulas e tenha obtido notas 4, 8 e 7, respectivamente nas provas 1, 2 e 3, sua média semestral é dada por

$$MS = 0,9 \left(\frac{3 \cdot 4 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7}{10} \right) = 5,76. \text{ Caso obtenha } MS \geq 6,0,$$

ele é aprovado, e sua média final (MF) é igual à MS. Caso contrário, realiza um exame (que também vale 10), e sua média final (MF) será obtida pela média aritmética simples entre a nota do exame e a média semestral. Nesse caso, será aprovado se $MF \geq 5,0$. Caso contrário, fica em dependência naquela disciplina. Assinale o que for **correto**.

- 01) Um aluno que fica para exame e obtém nele nota inferior a 4,0 fica automaticamente em dependência nessa disciplina.
- 02) Um aluno que frequentou 80% das aulas ao longo do semestre e que obteve nota 7,0 em todas as provas é aprovado sem necessidade de exame.
- 04) Um aluno que obtém nota 3,0 nas duas primeiras provas já está automaticamente de exame, independentemente de sua frequência e de sua nota na terceira prova.
- 08) Um aluno com 70% de frequência ao longo do semestre estará automaticamente de exame, independentemente de suas notas.
- 16) Um aluno que obteve 10,0 nas duas primeiras provas será aprovado se obtiver 100% de frequência, podendo zerar a última prova.

Questão 18

Considere, no plano cartesiano, as circunferências λ_1 e λ_2 de equações $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ e $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$, respectivamente. Assinale o que for **correto**.

- 01) O ponto de coordenadas (3,3) pertence a λ_1 .
 02) Os eixos coordenados são tangentes a λ_1 .
 04) A área de λ_1 é igual à metade da área de λ_2 .
 08) O coeficiente angular da reta que passa pelos centros de λ_1 e λ_2 é -4 .
 16) λ_1 e λ_2 são tangentes.

Questão 19

Para jogar um jogo de *role-playing game* (RPG), Eduardo terá uma personagem com 6 atributos diferentes (força, inteligência, carisma, sabedoria, destreza e constituição). Essa personagem possui inicialmente 8 pontos para cada um desses atributos; e Eduardo, além desses pontos, dispõe de mais 25 pontos para distribuir entre tais atributos, para aumentar-lhes a pontuação da forma que desejar. Assinale o que for **correto**.

- 01) É possível distribuir os pontos de modo que todos os atributos fiquem com o mesmo número de pontos.
 02) O número total de maneiras de Eduardo distribuir os pontos de sua personagem é $\frac{30!}{25!5!}$.
 04) O número total de maneiras de distribuir os pontos de atributos de sua personagem, de modo que cada atributo tenha pelo menos 10 pontos, é $\frac{18!}{13!5!}$.
 08) Após Eduardo fazer a distribuição dos pontos, a soma dos pontos de todos os atributos de sua personagem será 73.
 16) É possível distribuir os pontos de modo que todos os atributos fiquem com um número ímpar.

Questão 20

Considere uma circunferência de raio 1cm, considere também A e C pontos dessa circunferência, de modo que o segmento AC é um diâmetro dela. Um quadrilátero convexo $ABCD$ é formado escolhendo-se B e D sobre essa circunferência, de modo que, se B está em uma semicircunferência delimitada por A e C , o ponto D encontra-se na outra semicircunferência delimitada por A e C . Assinale o que for **correto**.

- 01) O perímetro de qualquer quadrilátero $ABCD$ construído como descrito acima é maior do que 4cm.
 02) O maior valor possível para o perímetro do quadrilátero $ABCD$ é $4\sqrt{2}$ cm.
 04) A área do quadrilátero $ABCD$ é sempre maior do que π cm².
 08) O quadrilátero $ABCD$ possui sempre dois ângulos internos retos.
 16) Se o quadrilátero $ABCD$ é um trapézio, ele necessariamente é um retângulo.