



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
COLÉGIO PEDRO II

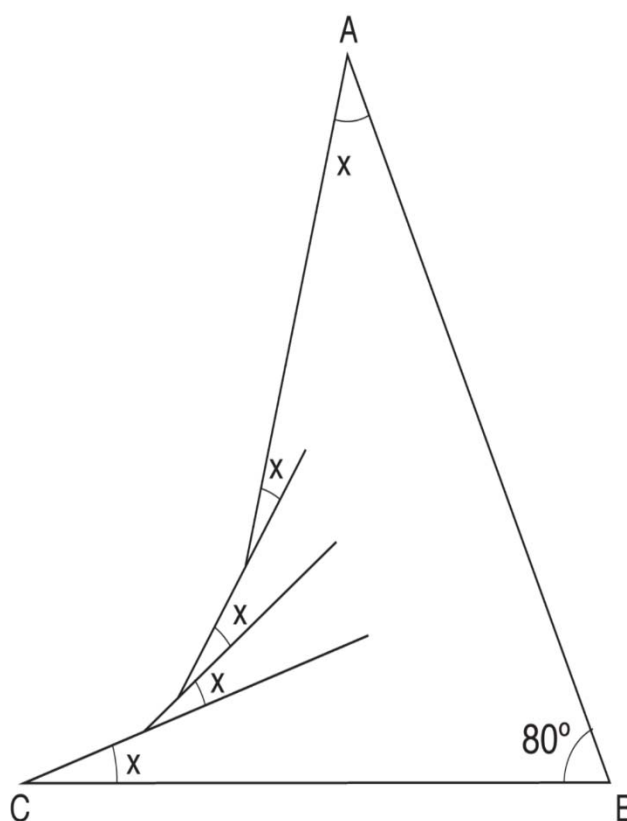
CONCURSO PÚBLICO
EDITAL 47/2014

CADERNO DE QUESTÕES

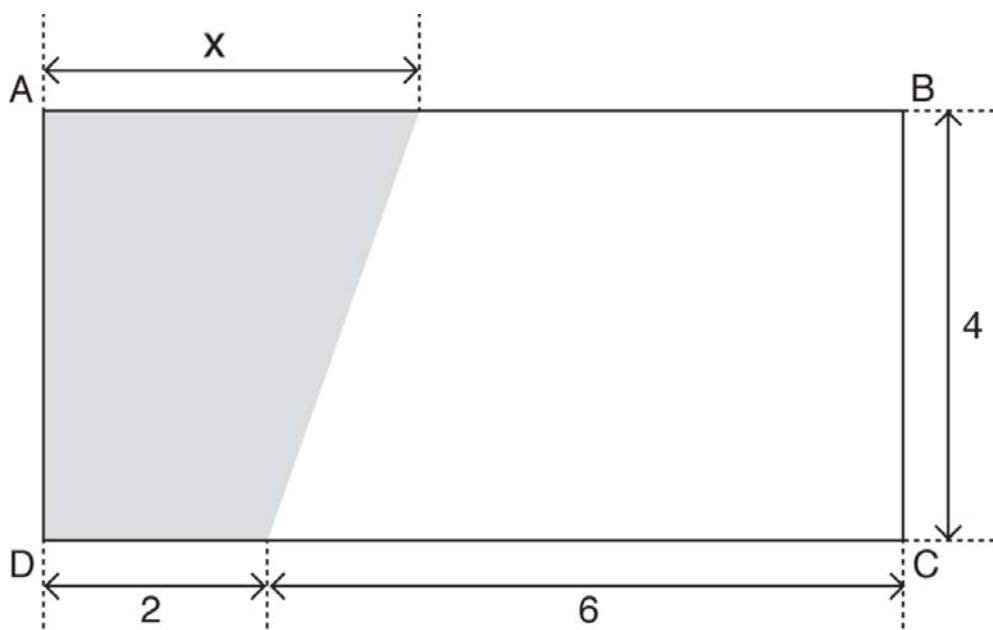
MATEMÁTICA

MATEMÁTICA**01**

Considere a figura.

O ângulo x mede

- A) 20° . B) 25° . C) 30° . D) 35° .

02Seja $ABCD$ o retângulo indicado a seguir.

Qual é o maior valor inteiro que pode ser atribuído à base maior x do trapézio sombreado na figura, de modo que sua área seja inferior a 60% da área desse retângulo?

- A) 6. B) 7. C) 8. D) 9.

03

Considere a expressão

$$5^{\log_5(\operatorname{sen}300^\circ \cdot \operatorname{tg}1^\circ \cdot \operatorname{tg}2^\circ \cdot \operatorname{tg}3^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg}88^\circ \cdot \operatorname{tg}89^\circ \cdot \cos120^\circ)}$$

Qual é o seu valor?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C) $\frac{1}{4}$.

D) $\frac{3}{4}$.

04

Uma função real f é derivável em $x = -1$ com $f(-1) = 0$ e $f'(-1) = 1$. Pode-se afirmar que $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 \cdot f(x)}{x+1}$ é igual a

A) -2 .

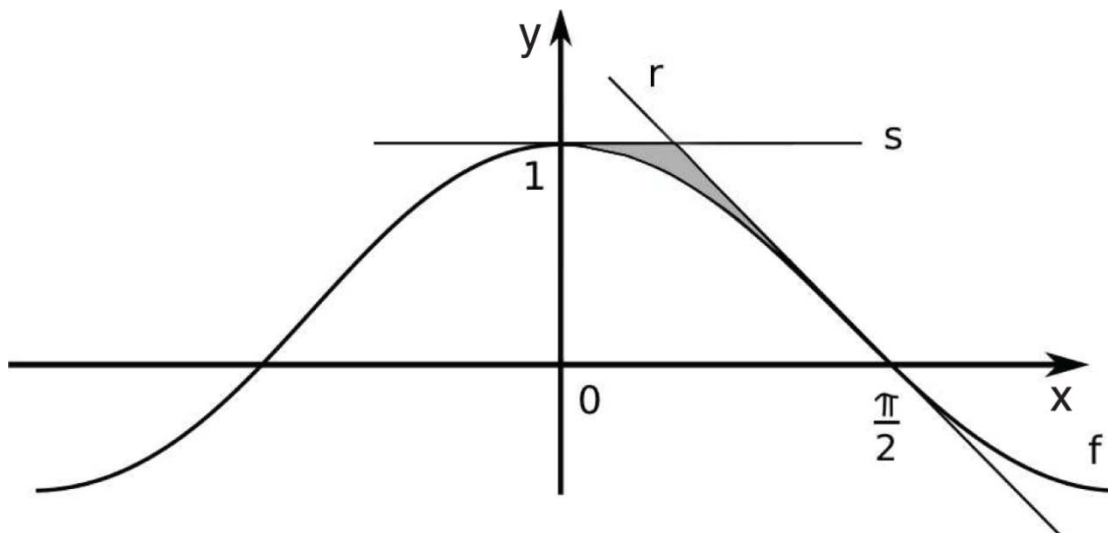
B) -1 .

C) 0 .

D) 1 .

05

O gráfico representa a função $f(x) = \cos x$ no intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. A reta s é paralela ao eixo das abscissas e a reta r é tangente ao gráfico da função f em $x = \frac{\pi}{2}$.



A área sombreada é igual a

A) $\frac{\pi-3}{2}$.

B) $\frac{\pi-1}{2}$.

C) $\frac{\pi+1}{2}$.

D) $\frac{\pi+3}{2}$.

06

Na matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, cada elemento a_{ij} está definido da seguinte forma: $a_{ij} = \begin{cases} f(i), & \text{se } j = 2 \\ g(i), & \text{se } j = 1 \end{cases}$, onde f e g são funções

reais bijetoras. Assim, $f(g(2))$ e $g^{-1}(3)$ são, respectivamente, iguais a

A) 3 e 2 .

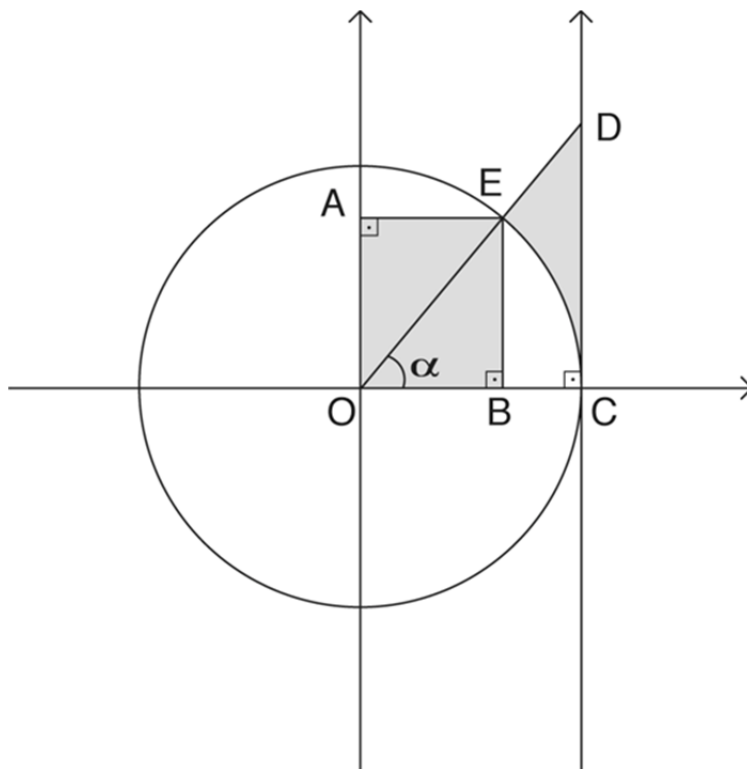
B) 2 e 3 .

C) 2 e 2 .

D) 3 e 3 .

07

A figura representa o ciclo trigonométrico (círculo de raio unitário) e suas linhas trigonométricas, sendo α um ângulo medido em radianos.



A área da região sombreada é igual a

A) $\frac{\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \alpha}{2}$.

C) $\frac{\operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha - \alpha}{2}$.

B) $\frac{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{tg} \alpha - \alpha}{2}$.

D) $\frac{\operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha + \alpha}{2}$.

08

Considere a inequação $\cos x + \sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} x > \sqrt{2}$. Se $x \in [0, 2\pi]$, a solução da inequação corresponde ao intervalo real

A) $\left] \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right[$.

B) $\left] \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right[$.

C) $\left] \frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12} \right[$.

D) $\left] 0; \frac{\pi}{4} \right[$.

09

Assinale a alternativa cuja proposição composta possui valor lógico FALSO.

A) Se o Botafogo é o Glorioso então, a equação $x^3 + 5x^2 + 6x + 72 = 0$ possui pelo menos uma raiz real.

B) O estádio de São Januário é muito bonito ou 1 é raiz da equação polinomial $x^3 + 10x^2 - 5x - 6 = 0$.

C) Os números naturais 6 e 8 são primos entre si se, e somente se, 147 é número primo.

D) A camisa do América-RJ é vermelha e existe pelo menos um sistema linear homogêneo impossível.

10

A tabela apresenta as medidas descritivas das notas de Matemática de oito turmas de uma escola:

Turma	Média	Mediana	Desvio Padrão
A	7,9	7,1	3,17
B	7,9	7,6	0,61913
C	7,9	7,5	0,69
D	8,9	7,7	0,7129
E	7,9	7,5	2,96
F	8,9	7,8	0,72
G	7,9	7,2	0,629
H	7,9	7,6	1,94

Uma empresa premiará, com uma viagem a Mangaratiba, as cinco turmas com melhores médias. Em caso de empate, a turma escolhida será a que apresentar uma distribuição de notas mais homogênea, ou seja, a turma com pontuação mais regular. Utilizando os dados estatísticos do quadro e os critérios estabelecidos, pode-se concluir que as cinco primeiras colocadas serão, respectivamente, as turmas

- A) F; D; B; G; C. B) D; F; B; G; C. C) F; D; A; E; H. D) D; F; B; C; G.

11

Reduzindo à metade o número de lados de um polígono, a diferença entre o número de diagonais do polígono original e do novo polígono é igual a 30. O número de diagonais traçadas de quatro vértices consecutivos do polígono original é igual a

- A) 25. B) 29. C) 33. D) 37.

12

Dados os vetores $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (-3, 5, 2)$ e $\vec{w} = (2, 1, 3)$, considere as afirmativas.

- I. A área do paralelogramo definido pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ é igual a 5.
 II. O volume do paralelepípedo definido pelos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ é igual a $13\sqrt{3}$.
 III. O vetor $\vec{u}$ é ortogonal ao plano definido pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

Pode-se concluir que

- A) todas as afirmativas são falsas. C) somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
 B) todas as afirmativas são verdadeiras. D) somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

13

Considere os números complexos que satisfazem a equação $z^3 = -64$. As imagens do complexo z que satisfazem essa equação são vértices de um triângulo equilátero

- A) de apótema 4. B) de altura $4\sqrt{3}$. C) de lado $8\sqrt{3}$. D) de área $12\sqrt{3}$.

14

Num jogo da Copa Sul-Americana de clubes de futebol, em 2011, o Vasco da Gama, do Brasil, venceu o Aurora, da Bolívia, por 8 a 3. De quantas maneiras distintas o placar pode evoluir de 0 a 0 para 8 a 3, a favor do Vasco da Gama, levando-se em conta apenas a ordem em que os times construíram a sequência dos 11 gols?

- A) 165. B) 264. C) 275. D) 990.

15

Numa escola de idiomas, há duas salas de aula identificadas, respectivamente, por sala A e sala B. Na sala A, há um total de 6 alunos, sendo 4 do sexo feminino. Na sala B, há um total de 8 alunos, sendo 5 do sexo masculino. Escolhe-se uma sala, ao acaso, e nela escolhe-se um aluno, também ao acaso. Se o aluno escolhido é do sexo feminino, a probabilidade de que ele seja da sala A é igual a

- A) $\frac{8}{25}$. B) $\frac{12}{25}$. C) $\frac{14}{25}$. D) $\frac{16}{25}$.

16

Os restos da divisão de um polinômio $P(x)$ por $x + 1$ e por $x - 2$ são, respectivamente, iguais a -5 e 4 . Sendo $R(x)$ o resto da divisão de $P(x)$ por $x^2 - x - 2$, pode-se concluir que $R(5)$ é igual a

- A) 10. B) 11. C) 12. D) 13.

17

O resto da divisão de um número natural N por 8, por 9 e por 10 é igual a 5. Sabe-se que N está compreendido entre 2.300 e 2.600. A soma dos algarismos de N é igual a

- A) 12. B) 13. C) 14. D) 15.

18

É dada a equação $2^x - 4 = 4 \cdot \sin(2x)$, com $x \in [-3, 3]$. Quantas soluções reais essa equação possui?

- A) 3. B) 4. C) 5. D) 6.

19

Num levantamento feito com os 35 alunos de uma turma de 3ª série do Ensino Médio, dos quais 16 são do sexo masculino, constatou-se que 28 alunos querem ingressar na universidade. Seja x o número de alunos do sexo feminino que não querem ingressar na universidade. A soma dos possíveis valores de x é igual a

- A) 10. B) 15. C) 21. D) 28.

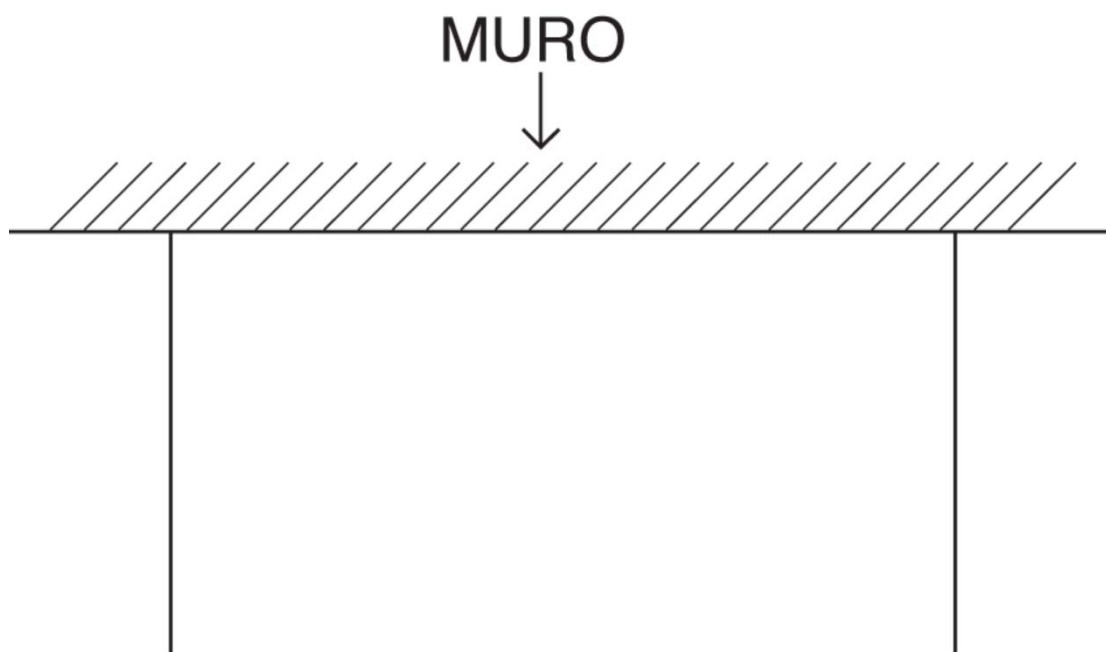
20

Considere a inequação $\frac{(x^2 - 7x + 10)^{2014}}{(x - 7)^{2015}} < 0$. A soma dos valores inteiros positivos de x que satisfazem a inequação é igual a

- A) 10. B) 14. C) 15. D) 21.

21

Sandra deseja reservar uma região retangular do quintal de sua casa para o cultivo de tomates. Para cercar essa região, ela aproveita um muro já construído para um dos seus lados e, para os outros três lados, dispõe de um rolo de tela de 30 metros de comprimento que será completamente utilizado, sem sobreposição.



A área máxima dessa região, em metros quadrados, é igual a

- A) 7,5. B) 100,0. C) 108,0. D) 112,5.

22

As dimensões, em metros, de um paralelepípedo retângulo são dadas pelas raízes da equação polinomial $x^3 - (5 + \sqrt{5})x^2 + (5\sqrt{5} + 6)x - 6\sqrt{5} = 0$. A diagonal desse paralelepípedo, em metros, mede

- A) $3\sqrt{2}$. B) $(5\sqrt{5} + 6)$. C) $12\sqrt{5}$. D) $6\sqrt{5}$.

23

Seja S a soma dos 20 primeiros termos da sequência (9, 99, 999, 9999, 99999, ...). A soma dos algarismos de S é igual a

- A) 18. B) 25. C) 27. D) 31.

24

Observe as principais características do Sistema de Amortização Constante (SAC):

- parcelas de amortização iguais entre si;
- juros calculados a cada período, multiplicando-se a taxa de juros contratada (na forma unitária) pelo saldo devedor existente no período anterior;
- por definição, Prestação = Amortização + Juros. Como a amortização é constante e a taxa de juros incide sobre o saldo devedor, as prestações têm valores decrescentes a cada período, na forma de uma progressão aritmética; e,
- saldo devedor também decrescente, na forma de uma progressão aritmética.

Júlia contraiu, nesse sistema, um empréstimo de R\$ 20.000,00, à taxa de juros efetiva composta de 5% ao mês. Ela deverá quitá-lo em dez prestações mensais, sendo a primeira 30 dias após a contratação do empréstimo. A soma das dez prestações pagas ao final do financiamento é igual a

- A) R\$20.000,00. B) R\$25.440,00. C) R\$25.500,00. D) R\$25.660,00.

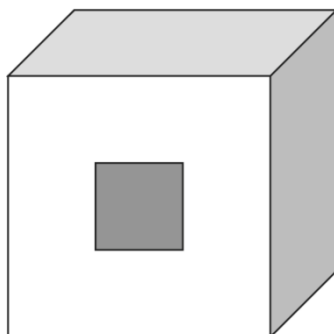
25

Seja A um ponto situado no topo de uma torre perpendicular a um terreno plano, e B, a projeção ortogonal do ponto A nesse terreno. Dois amigos, Alexandre e Renato, se encontram nesse terreno plano e observam a torre. Alexandre, situado no ponto C, ao sul da torre, visualiza o ponto A sob um ângulo de 45° . Já Renato, situado no ponto D, a leste da torre, visualiza o ponto A sob um ângulo de 30° . Sabe-se que a distância entre Alexandre e Renato é de 10 metros. O volume do tetraedro de vértices A, B, C e D é, em metros cúbicos, igual a

- A) $\frac{125\sqrt{3}}{6}$. B) $\frac{125\sqrt{2}}{6}$. C) $\frac{125}{6}$. D) 125.

26

Uma peça cúbica maciça de madeira, de aresta 3m, é totalmente vazada, de uma face a face oposta, extraíndo-se dela um prisma quadrangular regular. Sabe-se que uma das arestas desse prisma retirado mede 1m.



A área total do sólido resultante, em metros quadrados, é igual a

- A) 64. B) 62. C) 60. D) 52.

27

É dada a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$. A equação da reta que tangencia essa circunferência no ponto (3,4) é

- A) $x - 3y + 9 = 0$. B) $3x - y + 3 = 0$. C) $x + 3y + 3 = 0$. D) $x + 3y + 9 = 0$.

28

Considere as elipses $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ e $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$. A área do quadrilátero convexo cujos vértices são os focos dessas elipses é igual a

- A) 65. B) 72. C) 80. D) 84.

29

O Decreto nº 6.571/2008, que se refere ao atendimento educacional especializado aos alunos da Educação Especial, posteriormente regulamentado pelo Parecer CNE/CEB nº 13/2009 e pela Resolução CNE/CEB nº 4/2009, tem como um de seus objetivos

- A) substituir a escolarização regular.
B) oferecer atendimento no turno de aulas regulares.
C) não favorecer a autonomia do educando.
D) assegurar as condições de acesso ao currículo dos alunos com deficiência e mobilidade reduzida.

30

As bases que dão sustentação ao projeto nacional de educação responsabilizam o poder público, a família, a sociedade e a escola pela garantia a todos os estudantes de um ensino ministrado com base em certos princípios. Qual das alternativas NÃO representa um desses princípios?

- A) Garantia de padrão de qualidade.
B) Assegurar o acesso ao ensino superior.
C) Respeito à liberdade e aos direitos.
D) Pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas.

QUESTÕES DISCURSIVAS

01

Considere sistema linear $\begin{cases} x + 2y - 2z = 3 \\ 3x + 2y + 6z = 5 \\ 5x + 2y + 14z = 7 \end{cases}$, em que cada equação representa um plano do $\mathbb{R}^3$.

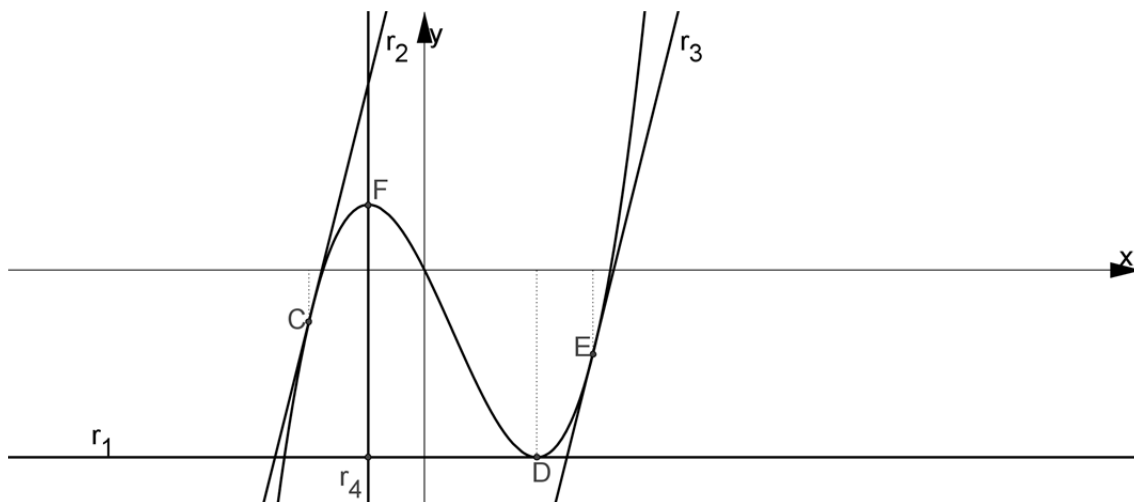
A) Obtenha as equações paramétricas da reta do $\mathbb{R}^3$ que representa a interseção dos três referidos planos.

B) Determine as equações simétricas da reta do $\mathbb{R}^3$ que passa pelo ponto $(1, 3, -2)$ e é perpendicular ao plano $5x + 2y + 14z = 7$.

C) Calcule o menor ângulo formado pelos planos $x + 2y - 2z = 3$ e $3x + 2y + 6z = 5$.

02

No plano cartesiano a seguir estão representados o gráfico da função real $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$ e as retas r_1, r_2, r_3 e r_4 .



Sabe-se que:

- a reta r_1 é paralela ao eixo das abscissas e tangencia o gráfico da função f no ponto D ;
- as retas r_2 e r_3 são paralelas e tangenciam o gráfico da função f respectivamente nos pontos C e E , sendo -2 a abscissa do ponto C ; e,
- a reta r_4 é paralela ao eixo das ordenadas e passa por F , ponto de máximo local da função f .

Determine:

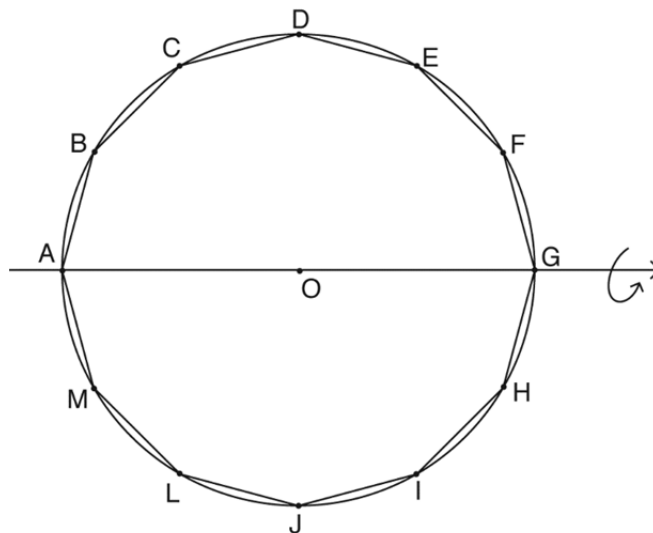
A) os zeros da função f .

B) as equações das retas r_1 e r_4 .

C) as equações das retas r_2 e r_3 .

03

Seja ABCDEFGHIJLM um dodecágono regular inscrito numa circunferência de centro O e raio 6 cm.



A) Mostre que o lado desse dodecágono mede $3 \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})$ cm.

B) Considere a região interior à circunferência e exterior ao hexágono regular ACEGIL. Determine o volume do sólido gerado pela rotação completa dessa região em torno do eixo que passa pelos pontos A e G.

C) Quantos polígonos convexos se pode formar cujos vértices são vértices do dodecágono ABCDEFGHIJLM?

04

Felipe contraiu, hoje, um empréstimo de R\$ 10.000,00 em um banco que pratica uma taxa de juros de 10% ao mês, com juros capitalizados mensalmente.

A) Se Felipe pretende quitar a sua dívida fazendo um primeiro pagamento de R\$ 4 000,00 daqui a 30 dias e um segundo pagamento de x reais daqui a 60 dias, qual é o valor de x?

B) Se Felipe não fizer nenhum pagamento ao banco, qual é o número mínimo de meses necessários para que sua dívida supere os R\$ 35.000,00?

(Dado: $\log 2 = 0,30$; $\log 7 = 0,85$; $\log 11 = 1,04$.)

C) Caso Felipe quisesse quitar a sua dívida pagando 10 prestações mensais consecutivas iguais a y reais cada, sendo a primeira 30 dias após ter contraído o empréstimo, qual deveria ser o valor aproximado de y ?

(Dado: $1,1^{10} = 2,59$.)

INSTRUÇÕES

1. Material a ser utilizado: caneta esferográfica de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de corretores. Os objetos restantes devem ser colocados em local indicado pelo fiscal da sala, inclusive aparelho celular desligado e devidamente identificado.
2. Não é permitido ao candidato entrar e/ou permanecer no local de exame com armas ou utilizar aparelhos eletrônicos (agenda eletrônica, *bip*, gravador, *notebook*, *pager*, *palmtop*, receptor, telefone celular, *walkman*, MP3 Player, *Tablet*, *Ipod*, relógio digital e relógio com banco de dados) e outros equipamentos similares, bem como protetor auricular.
3. Durante a prova, o candidato não deve levantar-se, comunicar-se com outros candidatos.
4. A duração da prova é de 05 (cinco) horas, já incluindo o tempo destinado à entrega do Caderno de Provas e à identificação – que será feita no decorrer da prova – e ao preenchimento do Cartão de Respostas (Gabarito) e Folhas de Texto Definitivo (Discursivas).
5. Somente em caso de urgência pedir ao fiscal para ir ao sanitário, devendo no percurso permanecer absolutamente calado, podendo antes e depois da entrada sofrer revista através de detector de metais. Ao sair da sala no término da prova, o candidato não poderá utilizar o sanitário. Caso ocorra uma emergência, o fiscal deverá ser comunicado.
6. O Caderno de Provas consta de 30 (trinta) questões de múltipla escolha e 04 (quatro) questões discursivas. Leia-o atentamente.
7. **As questões das provas objetivas são do tipo múltipla escolha, com 04 (quatro) opções (A a D) e uma única resposta correta.**
8. Ao receber o material de realização das provas, o candidato deverá conferir atentamente se o Caderno de Provas corresponde ao curso a que está concorrendo, bem como se os dados constantes no Cartão de Respostas (Gabarito) e Folhas de Texto Definitivo (Discursivas) que lhe foram fornecidos estão corretos. Caso os dados estejam incorretos, ou o material esteja incompleto, ou tenha qualquer imperfeição, o candidato deverá informar tal ocorrência ao fiscal.
9. Os fiscais não estão autorizados a emitir opinião e prestar esclarecimentos sobre o conteúdo das provas. Cabe única e exclusivamente ao candidato interpretar e decidir.
10. O candidato poderá retirar-se do local de provas somente a partir de 2 (duas) horas após o início de sua realização, contudo, não poderá levar consigo o Caderno de Provas, sendo permitida essa conduta apenas no decurso dos últimos 60 (sessenta) minutos anteriores ao horário previsto para o seu término.

RESULTADOS E RECURSOS

- As provas aplicadas, assim como os gabaritos preliminares das provas objetivas serão divulgados na *Internet*, no site **www.idecan.org.br**, a partir das 16h00min do dia subsequente ao da realização das provas.
- O candidato que desejar interpor recursos contra o gabarito da parte objetiva da prova escrita e o resultado provisório da parte discursiva da prova escrita disporá de **2 (dois) dias úteis**, a partir das respectivas divulgações, utilizando o endereço eletrônico do IDECAN (**www.idecan.org.br**), seguindo as instruções ali contidas.