

# Prova de Conhecimentos Específicos

## Matemática

### Tipo 1 – Branca

#### Informações Gerais

- Você receberá do fiscal de sala:
  - uma folha de respostas destinada à marcação das respostas das questões objetivas;
  - esse caderno de prova contendo **30 (trinta)** questões objetivas, cada qual com cinco alternativas de respostas (A, B, C, D e E).
- Verifique se o caderno está completo, sem repetição de questões ou falhas. Caso contrário, notifique imediatamente o fiscal de sala para que sejam tomadas as devidas providências.
- As questões objetivas são identificadas pelo número situado acima do seu enunciado.
- Ao receber a folha de respostas, você deve:
  - conferir seus dados pessoais, em especial seu nome, número de inscrição e o número do documento de identidade;
  - ler atentamente as instruções para o preenchimento da folha de respostas;
  - marcar na folha de respostas o campo relativo à confirmação do tipo/cor de prova, conforme o caderno que você recebeu;
  - assinar seu nome, apenas nos espaços reservados, com caneta esferográfica de tinta azul ou preta.
- Durante a aplicação da prova não será permitido:
  - qualquer tipo de comunicação entre os candidatos;
  - levantar da cadeira sem a devida autorização do fiscal de sala;
  - portar aparelhos eletrônicos, tais como *bipe*, telefone celular, agenda eletrônica, *notebook*, *palmtop*, receptor, gravador, máquina de calcular, máquina fotográfica digital, controle de alarme de carro etc., bem como relógio de qualquer modelo, óculos escuros ou quaisquer acessórios de chapelaria, tais como chapéu, boné, gorro etc. e, ainda, lápis, lapiseira (grafite), corretor líquido e/ou borracha. **Tal infração poderá acarretar a eliminação sumária do candidato.**
- O preenchimento da folha de respostas, de inteira responsabilidade do candidato, deverá ser feito com caneta esferográfica de tinta indelével de cor preta ou azul. Não será permitida a troca da folha de respostas por erro do candidato.
- O tempo disponível para a realização da prova é de **duas horas**, já incluído o tempo para a marcação da folha de respostas.
- Reserve tempo suficiente para o preenchimento de suas respostas. Para fins de avaliação, serão levadas em consideração apenas as marcações realizadas na folha de respostas, não sendo permitido anotar informações relativas às suas respostas em qualquer outro meio que não seja o próprio caderno de prova.
- Os candidatos inscritos para uma disciplina terão **duas horas** para realização da prova e somente poderão se retirar da sala após **60 (sessenta)** minutos de aplicação, contudo **sem levar o caderno de prova**.
  - O candidato poderá levar o caderno de prova somente nos últimos **30 (trinta) minutos** que antecedem o término da aplicação.
- Os candidatos inscritos para duas disciplinas terão **4 (quatro) horas** para realização da prova e somente poderão se retirar da sala após **90 (noventa) minutos** de aplicação, contudo **sem levar o caderno de prova**.
  - O candidato poderá levar o caderno de prova somente nos últimos **60 (sessenta) minutos** que antecedem o término da aplicação.
- Ao terminar a prova, entregue a folha de respostas ao fiscal da sala e deixe o local de prova. **Caso você se negue a entregar, será eliminado do concurso.**
- A FGV realizará a coleta da impressão digital dos candidatos na folha de respostas.
- Os candidatos poderão ser submetidos a sistema de detecção de metais quando do ingresso e da saída de sanitários durante a realização da prova. Ao sair da sala, ao término da prova, o candidato não poderá usar o sanitário.
- Os gabaritos preliminares das provas objetivas serão divulgados no dia **18/11/2013**, no endereço eletrônico [www.fgv.br/fgvprojetos/concursos/pebsp](http://www.fgv.br/fgvprojetos/concursos/pebsp).
- O prazo para interposição de recursos contra os gabaritos preliminares será das 0h00min do dia **19/11/2013** até as 23h59min do dia **20/11/2013**, observado o horário oficial, no endereço [www.fgv.br/fgvprojetos/concursos/pebsp](http://www.fgv.br/fgvprojetos/concursos/pebsp), por meio do Sistema Eletrônico de Interposição de Recurso



## Matemática

**01**

Considere os números a seguir:

$$a = 112^{112}, b = 112^{113}, c = 113 \times 112^{112}, d = 2 \times 112^{113}, e = 112^{114} \text{ e } f = 113 \times 112^{113}$$

Entre as diferenças apresentadas a seguir, a maior é

- (A)  $b - a$ .
- (B)  $c - b$ .
- (C)  $d - c$ .
- (D)  $e - d$ .
- (E)  $f - e$ .

**02**

As grandezas  $G, A, B$  e  $C$  se relacionam da seguinte forma:  $G$  é diretamente proporcional a  $A$  e a  $B$ , e é inversamente proporcional a  $C$ .

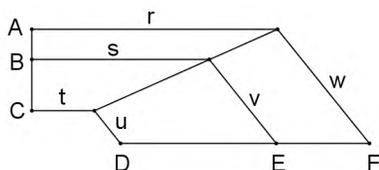
Para  $A = 8, B = 35$  e  $C = 40$  tem-se  $G = 15$ .

Então, para  $A = 14, B = 36$  e  $C = 45$  o valor de  $G$  será

- (A) 24.
- (B) 28.
- (C) 30.
- (D) 36.
- (E) 42.

**03**

Na figura a seguir (que não está em escala), os segmentos  $r, s$  e  $t$  são paralelos e os segmentos  $u, v$  e  $w$  são também paralelos. Sabe-se que  $AB = 3\text{m}$ ,  $BC = 7\text{m}$  e  $DF = 24\text{m}$



O segmento  $DE$  mede

- (A) 16,4m.
- (B) 16,8m.
- (C) 17,2m.
- (D) 17,6m.
- (E) 18,0m.

**04**

Considere a expressão  $E = w^x + y - z$ , onde os valores de  $w, x, y$  e  $z$  são 1, 2, 3, e 4, não necessariamente nesta ordem.

Entre os valores possíveis de  $E$ , o menor e o maior são, respectivamente,

- (A) -2 e 81.
- (B) -1 e 81.
- (C) -1 e 82.
- (D) 0 e 65.
- (E) 0 e 82.

**05**

Seja  $f$  uma função real do 1º grau tal que  $f(7) - f(3) = 6$ .

O valor de  $f(15) - f(9)$  é

- (A) 7.
- (B) 9.
- (C) 10.
- (D) 12.
- (E) 13.

**06**

Certo satélite científico percorre uma órbita em que sua distância ( $d$ ), em quilômetros, até a superfície da Terra é dada por

$$d = \frac{12000}{1 + 0,2 \cdot \cos\theta} - 6400,$$

com  $\theta$  variando, em cada órbita, de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

A maior distância do satélite até a superfície da Terra é de

- (A) 3600 km.
- (B) 4800 km.
- (C) 5600 km.
- (D) 7200 km.
- (E) 8600 km.

**07**

Considere no plano cartesiano o ponto  $A(a, b)$ . Se o ponto  $A$  gira  $90^\circ$  no sentido anti-horário em torno da origem, obtém-se o ponto  $B$ . Seja  $C$  o ponto simétrico de  $B$  em relação à origem.

O ponto  $C$  é

- (A)  $(-a, b)$ .
- (B)  $(a, -b)$ .
- (C)  $(b, a)$ .
- (D)  $(b, -a)$ .
- (E)  $(-b, a)$ .

**08**

As cidades  $M = \text{Macapá}$  (no Brasil) e  $Q = \text{Quito}$  (no Equador) estão situadas sobre a linha do equador terrestre.

As longitudes dessas cidades são, respectivamente,  $51^\circ\text{W}$  e  $78^\circ\text{W}$ . Considere o comprimento do equador da Terra igual a 40.000km.

A distância aproximada entre Macapá e Quito é de

- (A) 2.000km.
- (B) 2.300km.
- (C) 2.500km.
- (D) 2.800km.
- (E) 3.000km.

**09**

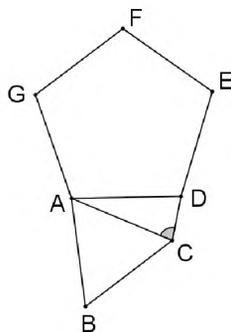
Ao conjunto  $\{2, 5, 9, 11, 14, 15\}$  é acrescentado um sétimo número inteiro  $N$ , diferente daqueles já existentes, de tal modo que no novo conjunto de números a média e a mediana são iguais.

A soma dos possíveis valores de  $N$  é

- (A) 25.
- (B) 28.
- (C) 35.
- (D) 38.
- (E) 45.

10

Na figura a seguir, o triângulo equilátero ABC e o pentágono regular ADEFG possuem lados de mesmo comprimento e estão em posição tal que as retas BC e GF são paralelas.



O ângulo ACD mede

- (A) 70°.
- (B) 72°.
- (C) 74°.
- (D) 76°.
- (E) 78°.

11

A soma de 27 números inteiros consecutivos é igual a  $9^4$ .

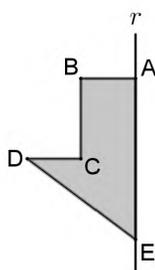
A média e a mediana desses números são, respectivamente,

- (A)  $3^5$  e  $3^5$ .
- (B)  $3^4$  e  $3^3$ .
- (C)  $3^3$  e  $3^4$ .
- (D)  $3^5$  e  $3^3$ .
- (E)  $3^3$  e  $3^5$ .

12

No polígono ABCDE da figura a seguir os ângulos de vértices A, B e C são retos e os segmentos AE, AB, BC e CD medem respectivamente 6cm, 2cm, 3cm e 2cm.

Esse polígono gira em torno da reta  $r$  que contém o lado AE produzindo um sólido de revolução S.

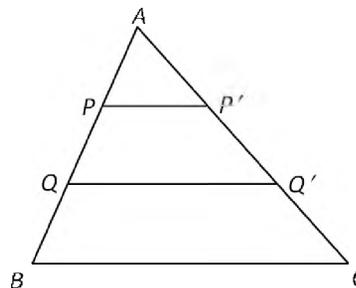


A área total de S, em  $\text{cm}^2$ , é igual a

- (A)  $36\pi$ .
- (B)  $48\pi$ .
- (C)  $52\pi$ .
- (D)  $56\pi$ .
- (E)  $60\pi$ .

13

No triângulo ABC os pontos P e Q dividem o lado AB em três partes iguais e os segmentos  $PP'$  e  $QQ'$  são paralelos ao lado BC como mostra a figura a seguir.



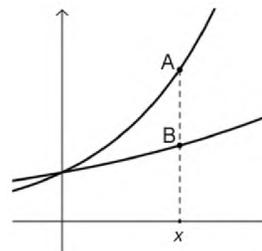
Se a área do triângulo ABC é igual a  $540\text{cm}^2$ , a área do quadrilátero  $PP'Q'Q$  é

- (A)  $135\text{cm}^2$ .
- (B)  $180\text{cm}^2$ .
- (C)  $216\text{cm}^2$ .
- (D)  $240\text{cm}^2$ .
- (E)  $270\text{cm}^2$ .

14

A figura abaixo mostra uma parte dos gráficos das funções  $y = 1,6^x$  e  $y = 1,2^x$ .

Para certo valor de x, a ordenada do ponto A, sobre o gráfico da primeira função, é o dobro da ordenada de B, sobre o da segunda.



Considerando  $\log 2 = 0,301$  e  $\log 3 = 0,477$ , esse valor de x é, aproximadamente,

- (A) 2,12.
- (B) 2,28.
- (C) 2,41.
- (D) 2,50.
- (E) 2,58.

15

Antônia e Carlos correm com velocidades constantes em uma pista circular. Eles partiram de pontos diametralmente opostos e em sentidos contrários.

Do ponto de partida até o primeiro encontro, Carlos percorreu 240 m.

Do primeiro ao segundo encontro, Antônia percorreu 200 m.

O comprimento total da pista é

- (A) 400 m.
- (B) 440 m.
- (C) 480 m.
- (D) 640 m.
- (E) 680 m.

**16**

Seja  $R$  a região do plano cartesiano definida pelas desigualdades  $2 \leq x \leq 10$  e  $0 \leq y \leq \frac{x+8}{2}$ .

A área da região  $R$  é igual a

- (A) 50.
- (B) 56.
- (C) 58.
- (D) 62.
- (E) 64.

**17**

Considere a desigualdade

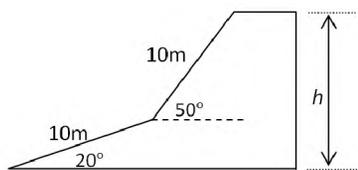
$$\log_{2013}(\log_{2014}(\log_{2015} x)) > 0$$

O menor valor inteiro de  $x$  que satisfaz essa desigualdade é

- (A)  $2013^{2014} + 1$ .
- (B)  $2014^{2013} + 1$ .
- (C)  $2014^{2015} + 1$ .
- (D)  $2015^{2014} + 1$ .
- (E) 2016.

**18**

A figura a seguir mostra o perfil de um muro de uma represa. A primeira parte da rampa tem inclinação de  $20^\circ$  com a horizontal e a segunda parte tem inclinação de  $50^\circ$ .



Considerando,  $\sin 20^\circ = 0,34$  e  $\cos 20^\circ = 0,94$ , o valor aproximado da altura total do muro ( $h$ ) é de

- (A) 9,4m.
- (B) 10,2m.
- (C) 11,1m.
- (D) 12,3m.
- (E) 13,0m.

**19**

A partir de um ponto  $A$ , um inseto caminha  $d$  centímetros em linha reta até um ponto  $B$ .

No ponto  $B$ , ele gira aleatoriamente no sentido horário de um ângulo  $\theta$ , medido em radianos,  $0 < \theta < \pi$  e caminha  $d$  centímetros em linha reta até um ponto  $C$ .

A probabilidade de que a distância de  $C$  até  $A$  seja menor do que  $d$  centímetros é

- (A)  $\frac{1}{4}$
- (B)  $\frac{1}{3}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{2}{3}$
- (E)  $\frac{3}{4}$

**20**

Na equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são inteiros e  $a > 0$ . Sabe-se que uma das raízes é  $\frac{2}{5 - \sqrt{11}}$ .

Então, o menor valor possível de  $a$  é

- (A) 3.
- (B) 5.
- (C) 7.
- (D) 9.
- (E) 11.

**21**

Há dois valores reais de  $m$  para os quais o gráfico da função  $f(x) = 25x^2 + mx + 17x + 9$  tangencia o eixo- $x$ .

A soma desses valores é

- (A) -34.
- (B) -17.
- (C) -1.
- (D) 26.
- (E) 29.

**22**

Considere a soma  $S = 175 + 140 + 112 + \dots$  em que cada parcela é 20% menor do que a anterior. Se o número de parcelas crescer indefinidamente o valor de  $S$  tenderá para o número

- (A) 845.
- (B) 855.
- (C) 865.
- (D) 875.
- (E) 885.

**23**

Um prisma possui 14 faces. A soma do número de arestas com o número de vértices desse prisma é

- (A) 40.
- (B) 42.
- (C) 48.
- (D) 56.
- (E) 60.

**24**

Em um cubo de volume  $V$  sejam  $F_1$  e  $F_2$  duas faces paralelas. Uma pirâmide tem  $F_1$  como base e vértice no centro de  $F_2$  e outra pirâmide tem  $F_2$  como base e vértice no centro de  $F_1$ .

O volume da parte comum a essas pirâmides é

- (A)  $\frac{V}{3}$
- (B)  $\frac{V}{4}$
- (C)  $\frac{V}{6}$
- (D)  $\frac{V}{9}$
- (E)  $\frac{V}{12}$

**25**

O primeiro termo de uma sequência é 2013. A partir do segundo termo, cada termo dessa sequência é a soma dos quadrados dos algarismos do termo anterior.

Por exemplo, o segundo termo é  $2^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2 = 14$

O 2013º termo dessa sequência é

- (A) 13.
- (B) 14.
- (C) 15.
- (D) 16.
- (E) 17.

**26**

Marina tem 50 moedas sendo algumas de R\$ 0,10, outras de R\$ 0,25 e as restantes de R\$ 1,00, num total de R\$ 20,00.

A quantidade máxima de moedas de R\$ 0,10 que Marina pode ter é

- (A) 20
- (B) 25
- (C) 30
- (D) 35
- (E) 40

**27**

Considere os números inteiros positivos de quatro algarismos tais que os quatro algarismos lidos da esquerda para a direita estão em ordem estritamente decrescente.

A quantidade de tais números é

- (A) 210.
- (B) 432.
- (C) 757.
- (D) 3024.
- (E) 6667.

**28**

Considere um dado “viciado” no qual a probabilidade de sair um número par (2, 4, 6) é o dobro da probabilidade de sair um número ímpar (1, 3, 5), isto é, sendo  $p(N)$  a probabilidade de sair o número  $N$  em um lançamento desse dado, tem-se

$$p(2) = p(4) = p(6) = 2p(1) = 2p(3) = 2p(5)$$

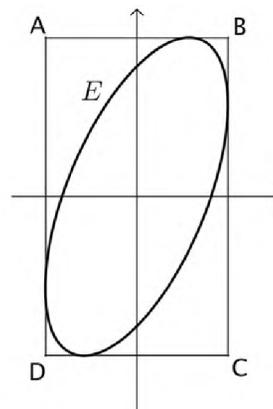
Joga-se esse dado duas vezes consecutivas.

A probabilidade de que a soma dos dois números sorteados seja igual a 6 é

- (A)  $\frac{1}{11}$ .
- (B)  $\frac{5}{36}$ .
- (C)  $\frac{7}{36}$ .
- (D)  $\frac{1}{9}$ .
- (E)  $\frac{11}{81}$ .

**29**

A figura abaixo mostra, no plano  $R^2$ , a curva  $E$  de equação  $3x^2 - 2xy + y^2 = 4$  inscrita em um retângulo ABCD cujos lados são paralelos aos eixos.



A área desse retângulo é

- (A) 12.
- (B)  $12\sqrt{2}$ .
- (C)  $8\sqrt{2}$ .
- (D)  $8\sqrt{3}$ .
- (E)  $6\sqrt{6}$ .

**30**

Um distribuidor comercializa três tipos de farinha (I, II e III), obtidos por meio de misturas em proporções diferentes de três tipos de grãos (A, B e C).

A tabela a seguir mostra as quantidades em gramas de cada tipo de grão (A, B, C) na fabricação de pacotes de 500 gramas de cada tipo de farinha (I, II, III).

	A	B	C
<b>Tipo I</b>	400	100	0
<b>Tipo II</b>	200	200	100
<b>Tipo III</b>	100	100	300

Esse distribuidor possui em estoque 50 kg de grãos do tipo A, 26 kg de grãos do tipo B e 24 kg de grãos do tipo C e vai utilizar todo o material em estoque para produzir os três tipos de farinha.

O número de pacotes de 500 gramas da farinha do tipo III que ele produzirá é

- (A) 32.
- (B) 40.
- (C) 48.
- (D) 60.
- (E) 100.



Realização

 **FGV PROJETOS**